

DOI:10.16136/j.joel.2022.07.0066

基于高密度子网格光线追迹的三维发射层析重建算法

李明喆¹, 王佳¹, 李党娟¹, 周密², 程军霞¹, 吴慎将^{1*}

(1. 西安工业大学 光电工程学院, 陕西 西安 710021; 2. 陕西应用物理化学研究所, 陕西 西安 710061)

摘要: 三维(three-dimensional, 3D)发射层析技术(emission computerized tomography, ECT)是一种简单、高效且准确的燃烧场3D成像与检测技术,其中权重矩阵的计算精度决定了层析重建的精度和质量。本文研究了一种基于高密度子网格光线追迹的权重矩阵计算方法,将被测区域划分为密度更高的子网格,并根据相机成像模型实现光线追迹,以确定离散网格对投影像素的权重因子。数值模拟和燃烧火焰重建实验表明该算法具有较高的精度和计算效率。该研究对于3D发射层析技术的实用化具有重要的理论意义。

关键词: 发射层析; 子网格; 权重矩阵; 光线追迹

中图分类号: TP751.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 1005-0086(2022)07-0746-06

3D emission computerized tomography reconstruction algorithm based on ray tracing of high-density subgrids

LI Mingzhe¹, WANG Jia¹, LI Dangjuan¹, ZHOU Mi², CHENG Junxia¹, WU Shenjiang^{1*}

(1. School of Optoelectronic Engineering, Xi'an Technological University, Xi'an, Shaanxi 710021, China; 2. Shaanxi Applied Physics and Chemistry Research Institute, Xi'an, Shaanxi 710061, China)

Abstract: Three-dimensional (3D) emission computerized tomography (ECT) is a simple, efficient and accurate technology for 3D imaging and measuring of combustion field, in which the calculation accuracy of weight matrix determines the accuracy and quality of tomographic reconstruction. In this paper, a weight matrix calculation algorithm based on ray tracing of high-density subgrids is studied. The measured zone is divided into high-density subgrids, and ray tracing is performed according to the camera imaging model to determine the weight factors of discrete grid with projection pixels. Numerical simulation and reconstruction experiment for combustion flame prove that the algorithm has high accuracy and computational efficiency. The research has important theoretical reference for the practical application of 3D ECT.

Key words: emission computerized tomography (ECT); subgrid; weight matrix; ray tracing

1 引言

发射层析技术(emission computerized tomography, ECT)是一种重要的燃烧场三维(three-dimensional, 3D)诊断技术,它利用 CCD 相机或光纤阵列采集燃烧场多方向的发射光强投影,结合计算机层析技术(computerized tomography, CT)实

现燃烧场的 3D 重建。由于非接触式的测量方法不影响被测燃烧场且层析系统结构简单,近年来发展十分迅速。

基于二维 Radon 变换的“切片式”ECT 析重建算法的研究始于 20 世纪 80 年代。随着“切片式”层析重建算法的不断发展,LI^[1]设置 4 个相机采

* E-mail: bxait@xatu.edu.cn

收稿日期:2022-01-31 修订日期:2022-03-03

基金项目:国家自然科学基金(61701385)、装备预研基金(80919010601)、国防科技重点实验室基金(6142602200407,WDYX21614 260204)和陕西省高校科协青年人才托举计划项目(20210118)资助项目

集投影,并利用同时乘型迭代重建算法实现了湍流冲射火焰的重建。WISEMAN 等^[2]利用乘型代数迭代算法(multiplicative algebraic reconstruction technique, MART)重建出层流火焰,并计算获得了火焰的表面积、曲率和传播速度。然而,二维 ECT 对采集投影的探测器位置有严格的要求,近年来,针对探测器可在 3D 空间自由分布的真 3D ECT 开展了大量的研究。FALKHYTTEN 研究了影响重建质量的关键因素,实现了燃烧火焰的高精度重建^[3]。LIU 等^[4]利用 Tikhonov 正则化算法,重建出投影存在遮挡的旋流火焰模型。WANG 等^[5,6]研究了 ECT 重建的精确条件,实现了火焰横纵截面的高精度重建。JIN 等^[7]提出了一种权重修正和 Tikhonov 正则化的混合算法以提高 3D 层析重建精度,并基于卷积神经网络模型实现了重建效率的提高^[8]。

目前,限制 3D ECT 实用化的原因是 3D 权重矩阵的高精度计算。权重矩阵的计算方法包括相交长度法^[9]、线性插值法^[10]和光线追迹法^[11]等,其中光线追迹法因其原理简单得到广泛的应用。CAI 等^[12]利用点扩散函数定义层析系统的权重矩阵,并利用蒙特卡洛方法进行光线追迹,实现权重矩阵的计算,但此方法需要进行大量的数据处理,计算效率低。JIN 等^[13]、WANG 等^[14]基于相机成像模型,利用光线追迹原理计算 3D 权重矩阵,但是该方法的重建精度易受初始参数的影响,当被测场初始网格数较少时权重矩阵的计算精度较低。

针对现有 3D 权重矩阵计算方法数据量大、精度低且计算效率低的问题,本文研究了基于高密度子网格光线追迹的 3D 权重计算方法,在被测区域建立高密度子网格,并根据相机成像模型进行光线追迹,以确定离散网格对投影像素的权重因子。结合代数迭代算法进行重建,在保证层析重建精度的基础上,提高层析重建效率。

2 基本理论

2.1 层析投影模型与权重矩阵计算

ECT 系统坐标系示意图如图 1 所示。被测物体位于世界坐标系 (x_w, y_w, z_w) 中,其发光强度为 $f(x_w, y_w, z_w)$ 。用以投影采集的相机可放置在世界坐标系中任意位置,对应的相机坐标系为 (x, y, z) ,其中投影方向平行于 z 轴,坐标原点 O 为相机光轴与 CCD 靶面的交点, x 轴与 y 轴分别与 CCD 靶面长边与短边平行。每个相机中存在一个成像平面 (x', y') ,其坐标原点 O' 为镜头光轴与 CCD 靶面的交点, x' 轴与 x 轴方向相反, y' 轴与 y 轴方向相反。

世界坐标系的任意物点 (x_w, y_w, z_w) 在相机坐标系中的位置 (x, y, z) 可由旋转矩阵 \mathbf{R} 和平移矢量 \mathbf{T} 确定:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \mathbf{R} \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \end{bmatrix} + \mathbf{T}, \quad (1)$$

式中,旋转矩阵 \mathbf{R} 与平移矢量 \mathbf{T} 通过相机标定获取。假设相机镜头的焦距为 f ,根据针孔相机模型,相机坐标系中的物点 (x, y, z) 在成像面上的像点坐标 (x', y') 可由下式确定:

$$\frac{z}{f} = \frac{x}{x'} = \frac{y}{y'}. \quad (2)$$

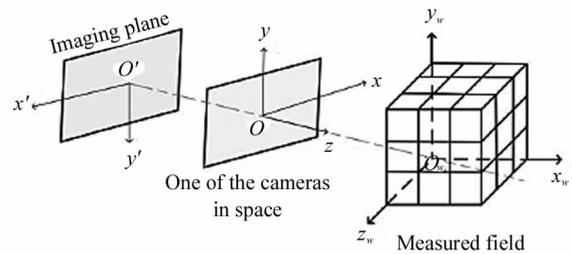


图 1 ECT 系统坐标系示意图

Fig. 1 The coordinate system diagram of the ECT system

因此,成像面上的某一像素点 (x', y') 采集到的投影强度为:

$$I(x', y') = \iiint f(x_w, y_w, z_w) dx_w dy_w dz_w, \quad (3)$$

式中, (x_w, y_w, z_w) 与 (x', y') 的关系满足式(1)和(2)。

为实现 ECT 重建,需要将区域离散化。将被测区域均匀划分为 $M \times N \times P$ 个网格,网格大小为 $\Delta g \times \Delta g \times \Delta g$,每个网格的值 $f_i(x_w, y_w, z_w)$ 是一个常数,其中 $i=1, 2, \dots, M \times N \times P$;层析系统中有 X 个相机,每个相机的像素数为 Y ,则该层析系统共有 XY 条投影光线。假设第 i 个离散网格的值对投影 j 的贡献量表示为 $\omega |^j_i$,那么投影 I_j 与被测区域的物函数 $f_i(x_w, y_w, z_w)$ 间的关系可以表示为:

$$I_j = \sum_{i=1}^{M \times N \times P} \omega |^j_i \cdot f_i, \quad (4)$$

式中, $\omega |^j_i$ 是由式(3)确定的第 i 个网格的成像在第 j 个像素上的投影权重因子。所有的 $\omega |^j_i$ 组成了层析系统的权重矩阵 \mathbf{W} ,层析投影模型用矩阵形式可以表示为:

$$\mathbf{I} = \mathbf{W} \cdot \mathbf{F}, \quad (5)$$

式中, \mathbf{I} 为多方向投影, \mathbf{F} 为被测物函数。可以看出,权重矩阵 \mathbf{W} 决定了层析模型的准确性,进而决定了

最终的层析重建精度。

被测区域的每个离散网格由其中心点坐标 (x_w, y_w, z_w) 表示,根据成像模型进行光线追迹,可获得该网格唯一对应的像素位置 (x'_p, y'_p) ,即网格 (x_w, y_w, z_w) 对像素 (x'_p, y'_p) 的权重因子, $\omega |_{(x'_p, y'_p, z'_w)}^{(x_w, y_w, z_w)} = 1$, 如图 2(a) 所示。然而,实际的测试实验中,空间分辨率足够大时,一定大小的离散网格在相机中的像通常不会恰好仅对一个像素点有贡献,即该网格对附近像素的投影权重因子不为 0。如果将每个常规网格划分为更小的子网格,如图 2(b) 所示,对每个子网格实现光线追迹,可以更加准确地模拟实际成像结果,因此在被测区域建立高密度的子网格可以极大程度提高权重矩阵精度。

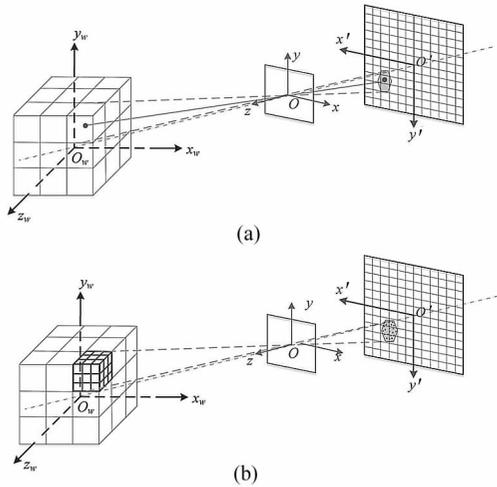


图 2 网格成像及权重因子计算模型:
(a) 常规网格权重因子计算模型;
(b) 子网格权重因子计算模型

Fig. 2 Grid imaging and weight factor calculation model:
(a) Calculation model of weight factor based on conventional grids; (b) Calculation model of weight factor based on subgrids

将每个常规网格均匀划分为 $S \times S \times S$ 的高密度子网格,子网格的中心坐标为 (x_w^s, y_w^s, z_w^s) , $s = 1, 2, \dots, S \times S \times S$ 。利用成像式(1)和(2)对每个子网格的成像进行追迹,可以得到子网格成像点对应的像素为 (x'_p, y'_p) ,因此该子网格对像素 (x'_p, y'_p) 的权重因子 $\omega |_{(x'_p, y'_p, z'_w)}^{(x_w^s, y_w^s, z_w^s)} = \frac{1}{S \times S \times S}$, 对其他像素的权重因子为 0。单个常规网格 (x_w, y_w, z_w) 对应的权重因子由该常规网格中所有子网格的权重因子表示:

$$\omega |_{(x'_p, y'_p, z'_w)}^{(x_w, y_w, z_w)} = \sum_{s=1}^{S \times S \times S} \omega |_{(x'_p, y'_p, z'_w)}^{(x_w^s, y_w^s, z_w^s)} \quad (6)$$

2.2 层析重建算法

根据子网格权重矩阵计算模型可知,要重建出高精度的被测物函数 F ,需要构建足够多的线性方程,即利用多个相机采集多方向投影,将 3D 层析重建过程表示为线性方程组求解的过程。

在各类层析重建算法中,代数迭代类层析重建算法对投影角不足或包含遮挡物等不完全投影信息所产生的欠定方程组的求解有很好的鲁棒性,本文使用收敛速度较快的 MART 算法进行 3D ECT 重建。该算法的具体步骤如式(7)所示:

$$\begin{cases} f^{(0,0)} = f^{(0)} \\ f^{(k,j+1)} = f_i^{(k,j)} \times \left[1 - \frac{\lambda \omega |_{i,j}^j}{\sum_{i=1} \omega |_{i,j}^2} \left(1 - \frac{I_j}{\sum_{i=1} \omega |_{i,j} f_i^{(k,j)}} \right) \right] \\ f^{(k+1,0)} = f^{k,XY} \end{cases} \quad 1 \leq j \leq XY \quad (7)$$

式中, $f^{(0)} \neq 0$ 为设定的初始值, $f_i^{(k,j)}$ 的上标表示第 k 次迭代的第 j 条投影射线,下标 i 表示第 i 个子网格, XY 为总的投影射线数, λ 为松弛因子,且 $\lambda \in (0, 1)$ 。当 $|f^{(k)} - f^{(k-1)}| \leq C$ 时,迭代终止,其中 C 为预设的迭代终止阈值。

3 数值模拟及实验重建

3.1 数值模拟

本文利用层析重建中常用的合成 Shepp-Logan 模型验证模型的正确性及建立高密度子网格对计算权重矩阵精度的提高作用。将 3D 合成 Shepp-Logan 模型划分为 $50 \times 50 \times 50$ 的离散网格,网格大小为 0.4 mm,模拟相机的像素数为 138×138 ,像素大小为 $3.75 \mu\text{m}$,镜头焦距为 12 mm,平移矢量为 $[0 \text{ mm}, 0 \text{ mm}, 800 \text{ mm}]$ 。对追迹区域建立不同密度的子网格计算权重矩阵,并利用式(5)计算出不同旋转角度下的投影。如图 3 所示,利用常规网格计算权重矩阵,获得的投影具有强烈的离散性。对常规网格建立 $2 \times 2 \times 2$ 的子网格时,投影的离散效果已经有所改善,但仍存在明显的离散感。建立子网格数目为 $4 \times 4 \times 4$ 时,投影计算精度明显提高,更趋近于连续的实际投影,充分证明了对常规网格建立高密度子网格能够有效提高 3D 权重矩阵的计算精度。

通过对 3D 合成 Shepp-Logan 模型进行层析重建以验证基于高密度子网格光线追迹的 3D ECT 算法的有效性。假设层析系统中存在 12 个相机采集不同方向的投影,各相机内部参数与上述相同,空间

位置参数中, 旋转角 θ 和自转角 ϕ 都设置为 0° , 章动角 Ψ 在 $[-75^\circ, 90^\circ]$ 内均匀分布, 平移矢量均为 $[0 \text{ mm}, 0 \text{ mm}, 800 \text{ mm}]$ 。首先基于层析投影模型计算 12 个方向的模拟投影, 然后利用 MART 算法进行重建。设置 MART 算法的松弛因子 $\lambda=0.8$, 迭代终止阈值 $C=10^{-5}$ 。

重建的精度和质量使用均方根误差 (root mean square error, *RMSE*) 和相关因子来评价:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{m^2} \sum_{i=1}^T (f_i - \tilde{f}_i)^2}, \quad (8)$$

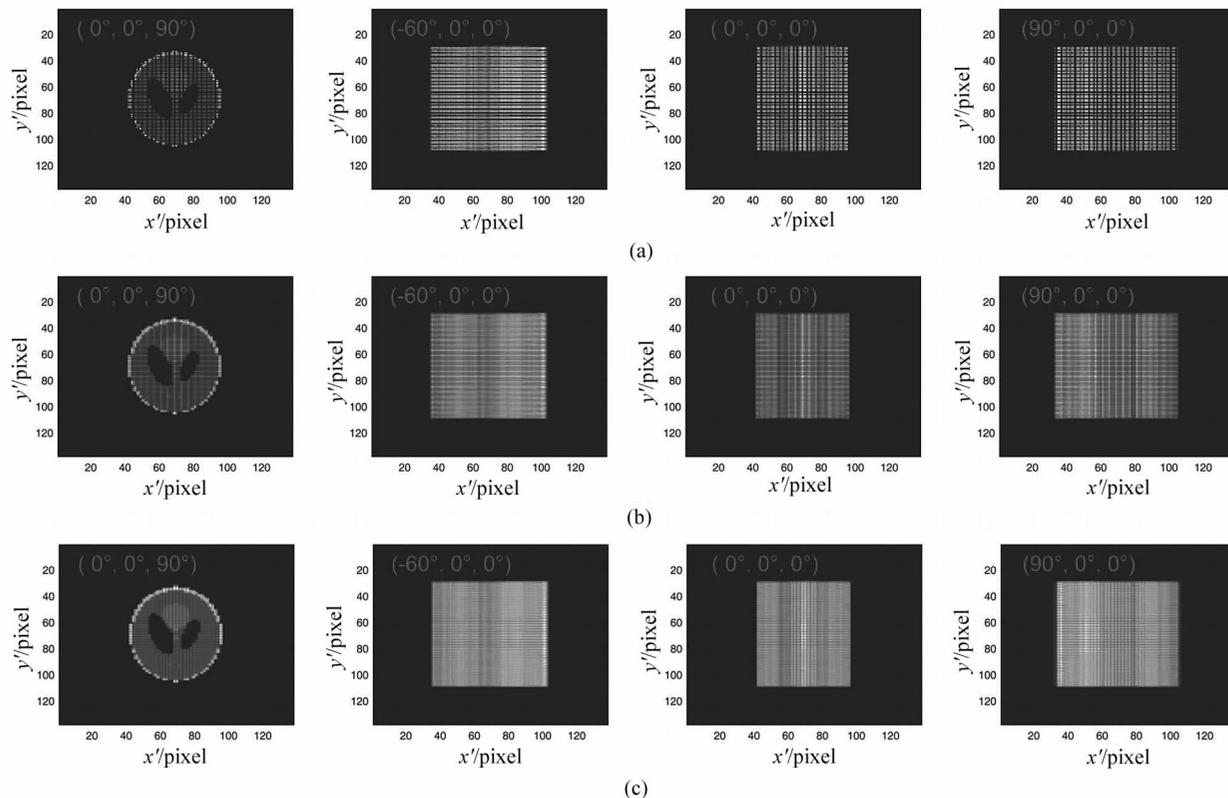


图 3 不同旋转角度、不同密度子网格下的投影: (a) 仅常规网格; (b) 子网格为 $2 \times 2 \times 2$; (c) 子网格为 $4 \times 4 \times 4$
Fig. 3 Projections at different rotation angles under different density subgrids: (a) Conventional grids only; (b) The number of subgrids is $2 \times 2 \times 2$; (c) The number of subgrids is $4 \times 4 \times 4$

$$Cor = \frac{\sum_{i=1}^m f_i \times \tilde{f}_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^m f_i^2 \times \sum_{i=1}^m \tilde{f}_i^2}}, \quad (9)$$

式中, f_i 为模拟场中每一点对应的强度值, \tilde{f}_i 为重建场中与 f_i 相对应的每一点的强度值, m 为网格数。

合成 Shepp-Logan 模型的重建结果如图 4 所示。从重建图像上看, 仅采用常规网格的重建结果存在明显误差; 对单个常规网格建立 $2 \times 2 \times 2$ 的子网格后, 重建质量已经得到了明显改善, 但边界仍然存在模糊现象; 设置子网格为 $4 \times 4 \times 4$ 时边界细节更清晰, 重建效果更好。从重建参数看, 采用常规网格的重建结果均方根误差较大, 相关因子较小, 重建效果不佳; 子网格为 $2 \times 2 \times 2$ 时重建结果得到明显改善, 均方根误差减小, 相关因子提高; 对常规网格

建立 $4 \times 4 \times 4$ 的子网格时, 重建精度和质量显著提高, 权重矩阵占用内存和重建时长均有所增加, 但仍在可接受范围内。对常规网格建立不同密度子网格的具体重建参数见表 1。

表 1 对常规网格建立不同密度子网格的重建参数

Tab. 1 Reconstruction parameters for establishing conventional grids with different density subgrids

Grids	<i>Cor</i>	<i>RMSE</i>
Conventional grids	0.882 4	0.820 5
The subgrids of $2 \times 2 \times 2$	0.948 6	0.551 2
The subgrids of $4 \times 4 \times 4$	0.984 7	0.303 9

设置除网格数目及大小外的初始参数与模拟重建时完全相同, 建立 $200 \times 200 \times 200$ 的常规网格, 网格大小为 0.1 mm , 即重建区域与建立 $4 \times 4 \times 4$ 的子

网格探测区域大小相同时,此时,仅仅计算单个方向的权重矩阵就已耗时 12 min,存储空间超过 1 GB,计

算时长远高于对常规网格建立 $4 \times 4 \times 4$ 子网格的层析重建算法且占用的存储空间过大,证明该算法对

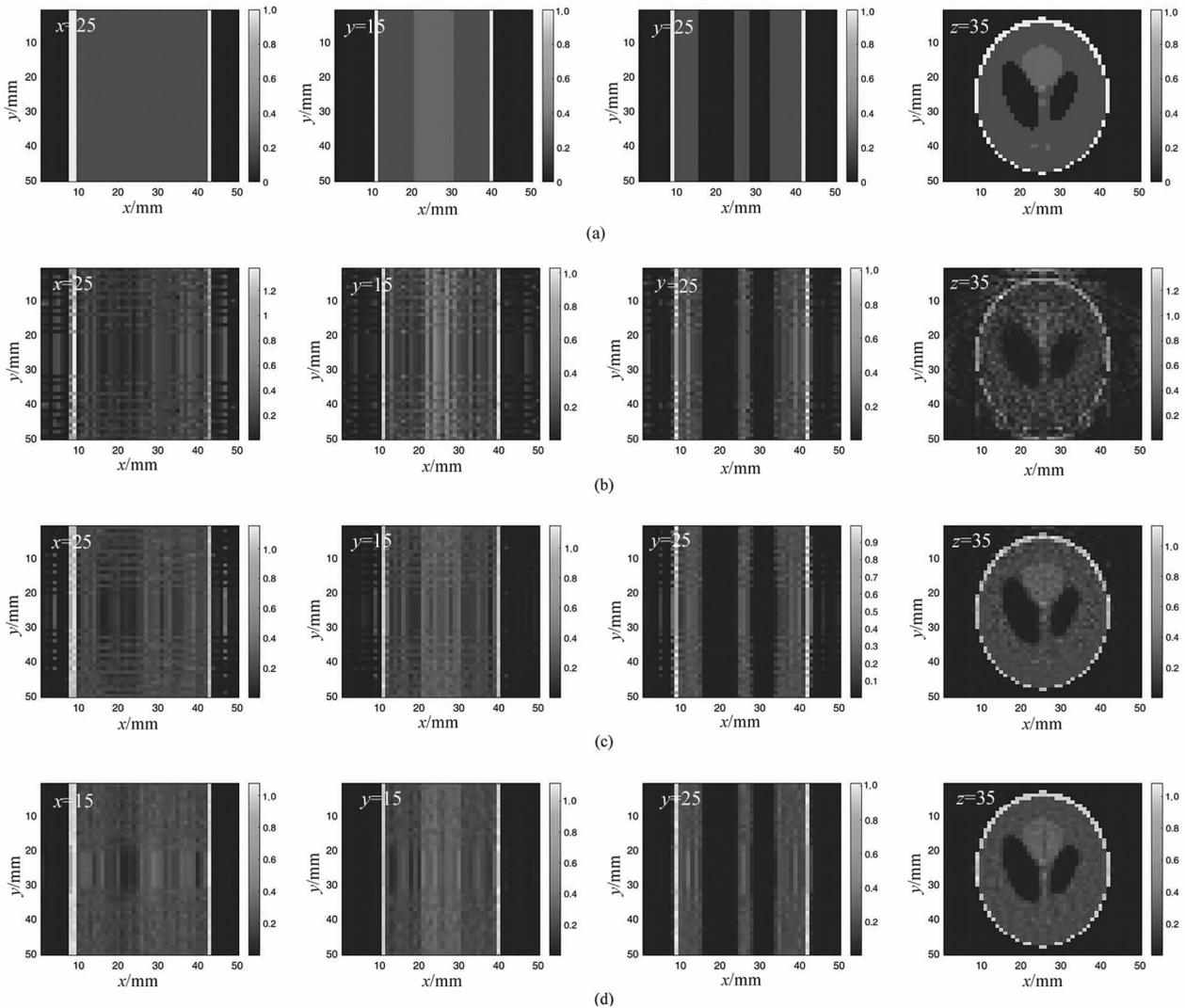


图 4 合成 Shepp-Logan 模型及建立不同密度网格时不同截面的重建结果:(a) 合成 Shepp-Logan 模型;
(b) 常规网格;(c) 子网格为 $2 \times 2 \times 2$;(d) 子网格为 $4 \times 4 \times 4$

Fig. 4 The synthetic Shepp-Logan model and different sections reconstruction results under different density subgrids:
(a) The synthetic Shepp-Logan model; (b) Conventional grids;
(c) The number of subgrids is $2 \times 2 \times 2$; (d) The number of subgrids is $4 \times 4 \times 4$

层析重建效率有明显提高作用。

3.2 燃烧火焰重建

在过去工作中,建立了包含 12 个相机的 3D ECT 系统,相机的像素数为 1292×964 ,像素大小为 $3.75 \mu\text{m}$,由外部触发电路同时触发进行 12 个方向投影的瞬时采集,相机的空间位置参数见文献[15]。以该系统采集的 12 个方向燃烧场发射光强图像为

输入投影,验证该算法对重建实际燃烧火焰的有效性。利用基于子网格光线追迹的 3D ECT 算法,在重建区域建立 $50 \times 90 \times 50$ 的网格,网格大小为 0.3 mm ,设置松弛因子 $\lambda = 0.8$,迭代终止阈值为 $C = 10^{-5}$,燃烧火焰 3D 结构的重建结果如图 5 所示,相比仅对被测区域建立常规网格的火焰重建结果,建立 $2 \times 2 \times 2$ 子网格的重建火焰离散点更少,离散强

度值更小,重建效果更好。

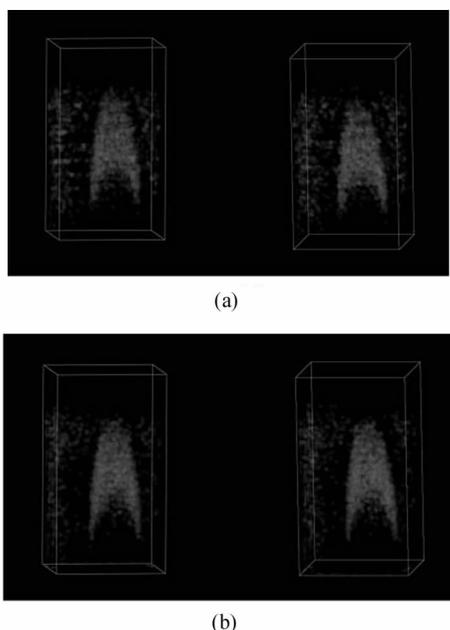


图5 3D空间中的重建火焰:

(a) 常规网格; (b) 子网格为 $2 \times 2 \times 2$

Fig. 5 Reconstructed flame in 3D space;

(a) Conventional grids;

(b) The number of subgrids is $2 \times 2 \times 2$

4 结 论

针对 ECT 重建算法中高精度权重矩阵的计算需要,本文在被测区域常规网格的基础上建立了高密度子网格,根据相机成像模型进行光线追迹,实现了更高精度权重矩阵的计算。数值模拟结果直观反映了建立高密度子网格对重建精度的提高作用,实验结果表明该算法在实际燃烧场重建过程中切实有效。该算法对 3D ECT 的实际应用具有重要意义。

参考文献:

[1] LI T, PAREJA J, FUEST F, et al. Tomographic imaging of OH laser-induced fluorescence in laminar and turbulent jet flames[J]. *Measurement Science and Technology*, 2017, 29(1): 015206.

[2] WISEMAN S M, BREAR M J, GORDON R L, et al. Measurements from flame chemiluminescence tomography of forced laminar premixed propane flames[J]. *Combustion and Flame*, 2017, 183: 1-14.

[3] FALKHYTTEN T. Computed tomography of chemiluminescence in interacting reacting flows[D]. Trondheim; Norwegian University of Science and Technology, 2018.

[4] LIU H C, YU T, ZHANG M, et al. Demonstration of 3D computed tomography of chemiluminescence with a restricted field of view[J]. *Applied Optics*, 2017, 56(25): 7107-7115.

[5] WANG J, GUO Z Y, NIE L, et al. High spatial resolution computed tomography of chemiluminescence with densely sampled parallel projections [J]. *Optics Express*, 2019, 27(15): 21050-21068.

[6] WANG J, LI M Z, CHENG J X, et al. Exact reconstruction condition for angle-limited computed tomography of chemiluminescence [J]. *Applied Optics*, 2021, 60(15): 4273-4281.

[7] JIN Y, SONG Y, QU X, et al. Hybrid algorithm for three-dimensional flame chemiluminescence tomography based on imaging overexposure compensation [J]. *Applied Optics*, 2016, 55(22): 5917-5923.

[8] JIN Y, ZHANG W Q, SONG Y, et al. Three-dimensional rapid flame chemiluminescence tomography via deep learning [J]. *Optics Express*, 2019, 27(19): 27308-27334.

[9] DENG Z. Research on three-dimensional reconstruction of flame field based on emission spectral tomography [D]. Xi'an: Xidian University, 2019: 58-63.
邓准. 基于发射光谱层析方法的火焰光强场三维重建研究 [D]. 西安: 西安电子科技大学, 2019: 58-63.

[10] WANG J, YAN J, WU S J, et al. A method for determining weight matrix based on linear interpolation theory: CN110400253A [P]. 2019-11-01.
王佳, 严静, 吴慎将, 等. 一种基于双线性插值原理确定发射层析权重矩阵的方法: CN110400253A [P]. 2019-11-01.

[11] GU G F, ZHAO J, KONG M, et al. Tomographic three-dimensional particle position measurement based on light field camera [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2020, 49(8): 0812002.
顾高霏, 赵军, 孔明, 等. 基于光场相机层析法的颗粒三维位置测量 [J]. *光子学报*, 2020, 49(8): 0812002.

[12] CAI W W, LI X S, LI F, et al. Numerical and experimental validation of a three-dimensional combustion diagnostic based on tomographic chemiluminescence [J]. *Optics Express*, 2013, 21(6): 7050-7064.

[13] JIN Y, SONG Y, WANG W C, et al. An improved calculation model of weight coefficient for three-dimensional flame chemiluminescence tomography based on lens imaging theory [C] // Real-Time Photonic Measurements, Data Management, and Processing II, October 12-17, 2016, Beijing, China. Washington; SPIE, 2016, 10026: 139-147.

[14] WANG J, SONG Y, LI Z H, et al. Multi-directional 3D flame chemiluminescence tomography based on lens imaging [J]. *Optics Letters*, 2015, 40(7): 1231-1234.

[15] WANG J, ZHANG W G, ZHANG Y, et al. Camera calibration for multidirectional flame chemiluminescence tomography [J]. *Optical Engineering*, 2016, 56(4): 041307.

作者简介:

吴慎将 (1979—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事薄膜技术与光学检测、激光与物质相互作用、火工品性能研究与测试等方面的研究。