

DOI:10.16136/j.joel.2023.05.0685

聚焦部分相干平顶涡旋光束对瑞利粒子的捕获

索强波^{1*}, 韩一平², 崔志伟²

(1. 长治学院 物理系, 山西 长治 046000; 2. 西安电子科技大学 物理学院, 陕西 西安 710071)

摘要:基于广义惠更斯-菲涅尔原理和瑞利散射理论, 推导了聚焦部分相干平顶涡旋 (partially coherent flat-topped vortex, PCFTV) 光束作用在瑞利微粒上辐射力的表达式, 主要研究聚焦 PCFTV 光束对不同折射率的两种粒子的捕获情况。研究表明, 聚焦 PCFTV 光束可以在焦点处捕获高折射率和低折射率的粒子。随着光束阶数的增大以及相关长度的减小, 光束对微粒的捕获能力增强。所得结果对 PCFTV 光束应用于光学操控具有一定的意义。

关键词:部分相干平顶涡旋 (PCFTV) 光束; 光学捕获; 辐射力; 广义惠更斯-菲涅尔原理; 瑞利散射理论

中图分类号: O436 文献标识码: A 文章编号: 1005-0086(2023)05-0522-07

Optical trapping Rayleigh particles by a focused partially coherent flat-topped vortex beam

SUO Qiangbo^{1*}, HAN Yiping², CUI Zhiwei²

(1. Department of Physics, Changzhi University, Changzhi, Shanxi 046011, China; 2. School of Physics, Xi'an University, Xi'an, Shaanxi 710071, China)

Abstract: Based on the extended Huygens-Fresnel principle and Rayleigh scattering theory, analytical expressions of the optical radiation forces on Rayleigh dielectric spheres exerted by a focused partially coherent flat-topped vortex (PCFTV) beam are derived. The capture effect of the PCFTV beams on two kinds of particles with different refractive indices is mainly studied. The results show that the focused PCFTV beam could be adopted to capture high and low refractive index of particles near the focus. As the beam order decreases, or the correlation length increases, the ability of the beam for trapping particles increases. The results are expected to be useful for studying the trapping capacity of PCFTV beams applied in optical manipulation.

Key words: partially coherent flattened-topped vortex beam (PCFTV); optical trapping; radiation forces; extended Huygens-Fresnel principle; Rayleigh scattering theory

0 引言

自从 Ashkin 发现一束聚焦光束可以形成稳定的三维光学陷阱 (即光学扳手) 以来, 光学操控在生物医学^[1]、微纳粒子^[2] 和气溶胶^[3] 等方面的应用得到了极大的扩展。之前在光学捕获的研究中用到的主要是基膜高斯光束, 为了提高捕获的性能, 不同的激光束已经被广泛应用于捕获粒子。无衍射光束由于其自重重建特性, 例如贝塞尔光束,

已经被用于捕获线阵粒子^[4]。具有特殊关联结构的光束, 如拉盖尔-高斯关联谢尔模型光束, 可以捕获高折射率和低折射率的粒子^[5]。携带有螺旋形相位波前和轨道角动量的涡旋光束可以用来在光轴附近旋转粒子^[6]。激光束的其他结构对光学捕获性能的影响也得到了研究^[7]。

另一方面, 由于在光通信、电子加速和材料热处理等方面^[8-11] 的广泛应用, 具有平顶形式光强的激光束引起了研究者的广泛关注。为了研究具

* E-mail: qiangbosuo@163.com

收稿日期: 2022-10-06 修订日期: 2022-11-29

基金项目: 装备预研基金重点项目 (6140416010102)、陕西省自然科学基金 (2020JM-210)、山西省基础研究计划 (202103021223383) 和长治学院博士科研启动资金 (020-XN0322) 资助项目

有平顶光强的光束的性质,研究者提出了许多理论模型,比如平顶光束、部分相干平顶光束和平顶多高斯光束^[12-16]。其中,部分相干平顶涡旋(partially coherent flat-topped vortex, PCFTV)光束是比较重要的一种,它具有平顶形式的光强以及中心光强为零,并且可以分解为一系列的低阶高斯涡旋光束^[17],而且 PCFTV 光束在不同媒质中的传输性质也得到了广泛的研究。PCFTV 光束通过光学系统的辐射力的相关性质也是其实际应用的一个重要方面,对于其的研究也是十分有意义的。

本论文的目的在于研究聚焦 PCFTV 光束的辐射力,论文结构安排如下:第二部分推导了 PCFTV 光束通过光学系统的光强的表达式。在第三和四部分,数值分析了聚焦 PCFTV 光束对高折射率和低折射率的粒子辐射力,以及捕获的稳定性,第五部分总结全文。

1 理论模型

平顶涡旋光束在源平面的电场表达式可以表示为^[18]:

$$E(\mathbf{s}, z=0) = \sum_{n=1}^N \frac{(-1)^{n-1}}{N} \binom{N}{n} \exp\left(-\frac{n(s_x^2 + s_y^2)}{\omega_0^2}\right) \times [s_x + i \operatorname{sgn}(m)s_y]^{|m|}, \quad (1)$$

式中, $\mathbf{s} = (s_x, s_y)$ 是任意一点, $\operatorname{sgn}(\cdot)$ 是 sign 函数, m 代表拓扑荷数, ω_0 为源平面处的高斯光束的束腰半径, N 为光束阶数。当 $m=0$ 时,式(1)退化为平顶光束。当 $m=0$ 且 $N=1$ 时,式(1)退化为常规的高斯光束的表达式。为了简化,拓扑荷数 m 取 ± 1 。

加入谢尔项,PCFTV 光束在源平面 $z=0$ 上的交叉谱密度可以表示为^[19]:

$$W(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, 0) = E(\mathbf{s}_1, 0)E^*(\mathbf{s}_2, 0) \exp\left[-\frac{(\mathbf{s}_1 - \mathbf{s}_2)^2}{2\sigma_0^2}\right] =$$

$$\sum_{n_1=1}^N \frac{(-1)^{n_1-1}}{N} \binom{N}{n_1} \exp\left(-\frac{n_1 \mathbf{s}_1^2}{\omega_0^2}\right) \times \sum_{n_2=1}^N \frac{(-1)^{n_2-1}}{N} \binom{N}{n_2} \exp\left(-\frac{n_2 \mathbf{s}_2^2}{\omega_0^2}\right) \times \exp\left[-\frac{(\mathbf{s}_1 - \mathbf{s}_2)^2}{2\sigma_0^2}\right] [s_{1x}s_{2x} + s_{1y}s_{2y} + i \operatorname{sgn}(m)s_{1xs_{2y}} - i \operatorname{sgn}(m)s_{2xs_{1y}}]^{|m|}, \quad (2)$$

式中, \mathbf{s}_1 和 \mathbf{s}_2 表示源平面上不同的两点, σ_0^2 为相关长度。

通过傍轴近似^[20], PCFTV 光束通过傍轴 ABCD 光学系统的表达式可以表示为:

$$W(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, z) = \left(\frac{k}{2\pi B}\right)^2 \iint \iint W(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, 0) \times$$

$$\exp\left[-\frac{ik_0 D}{2z}(\boldsymbol{\rho}_1^2 - \boldsymbol{\rho}_2^2)\right] \exp\left[-\frac{ikA}{2B}(\mathbf{s}_1^2 - \mathbf{s}_2^2) + \frac{ik}{B}(\boldsymbol{\rho}_1 \mathbf{s}_1 - \boldsymbol{\rho}_2 \mathbf{s}_2)\right] d^2 \mathbf{s}_1 d^2 \mathbf{s}_2, \quad (3)$$

式中, $\boldsymbol{\rho}_1 = (s_{1x}, s_{1y})$ 和 $\boldsymbol{\rho}_2 = (s_{2x}, s_{2y})$ 为接收平面的位置矢量, k 为波数,与波长 λ_0 的关系为 $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ 。

把式(2)代入(3),经过繁琐的积分计算可得:

$$W(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, z) = \left(\frac{k}{2B}\right)^2 \exp\left[-\frac{ik_0 D}{2z}(\boldsymbol{\rho}_1^2 - \boldsymbol{\rho}_2^2)\right] \times \sum_{n_1=1}^N \frac{(-1)^{n_1-1}}{N} \binom{N}{n_1} \sum_{n_2=1}^N \frac{(-1)^{n_2-1}}{N} \binom{N}{n_2} \times \frac{1}{M_1^2 M_2^2} \left\{ \frac{1}{2\sigma_0^2} + \frac{F_1^2 + F_2^2}{2M_2^2 \sigma_0^2} + \frac{k}{2B} [F_1(i\rho_{1x} + \rho_{1y}) - F_2(\rho_{1x} - i\rho_{1y})] \right\} \exp\left[-\frac{k^2 \boldsymbol{\rho}_1^2}{4M_1 B^2} + \frac{F_1^2 + F_2^2}{M_2}\right], \quad (4)$$

其中

$$M_1 = \frac{n_1}{\omega_0^2} + \frac{1}{2\sigma_0^2} + \frac{ikA}{2B}, \quad (5)$$

$$M_2 = \frac{n_2}{\omega_0^2} + \frac{1}{2\sigma_0^2} - \frac{ikA}{2B} - \frac{1}{4M_1 \sigma_0^4}, \quad (6)$$

$$F_1 = \frac{ik}{4\sigma_0^2 B M_1} \rho_{1x} - \frac{ik}{2B} \rho_{2x}, \quad (7)$$

$$F_2 = \frac{ik}{4\sigma_0^2 B M_1} \rho_{1y} - \frac{ik}{2B} \rho_{2y}. \quad (8)$$

令 $\boldsymbol{\rho}_1 = \boldsymbol{\rho}_2 = \boldsymbol{\rho}$, PCFTV 光束的强度分布可以表示为:

$$I(\boldsymbol{\rho}, z) = W(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}, z) = \left(\frac{k}{2B}\right)^2 \sum_{n_1=1}^N \frac{(-1)^{n_1-1}}{N} \binom{N}{n_1} \sum_{n_2=1}^N \frac{(-1)^{n_2-1}}{N} \binom{N}{n_2} \times \frac{1}{M_1^2 M_2^2} \left\{ \frac{1}{2\sigma_0^2} - \frac{k^2 \boldsymbol{\rho}^2}{8M_2 B^2 \sigma_0^2} \left(\frac{1}{2\sigma_0^2 M_1} - 1\right)^2 + \left(\frac{k}{2B}\right)^2 \left[\left(1 - \frac{1}{2\sigma_0^2 M_1}\right) \boldsymbol{\rho}^2 + \frac{i}{\sigma_0^2 M_1} \rho_x \rho_y \right] \right\} \times \exp\left\{-\frac{k^2 \boldsymbol{\rho}^2}{4B^2} \left(\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2}\right) \left(\frac{1}{2\sigma_0^2 M_1} - 1\right)^2\right\}. \quad (9)$$

当 PCFTV 光束通过一个薄透镜时,传播路径可以用 ABCD 光学系统表示如下:

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\Delta z/f & f + \Delta z \\ -1/f & 1 \end{pmatrix}, \quad (10)$$

式中, f 为焦距, Δz 表示轴向距离,接收平面位于 $z = f + \Delta z$ 处。

把式(10)代入(9),可以得到光束在接收平面上的强度分布。在下面的模拟中,除非特殊声明,参数选取如下: $E_0 = 2 \text{ V}^2/\mu\text{m}^2$, $\lambda = 632.8 \text{ nm}$, $f = 5 \text{ mm}$, $\omega_0 = 2 \text{ mm}$, $N = 2$, $\sigma_0 = 4 \text{ mm}$ 。

图1给出了在源平面处 PCFTV 光束的光强分布随着光束阶数的变化。PCFTV 光束的光强中心是一个中空结构,在中心附近是一个亮环。由图可以看出,随着光束阶数 N 的增加,光束轮廓趋于平

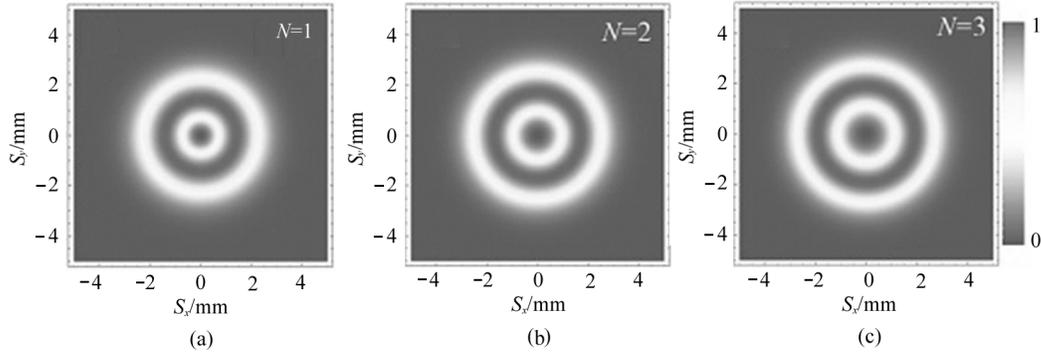


图1 当拓扑荷数 $m=1$ 时,PCFTV 光束在源平面上光强随光束阶数 N 的变化

Fig.1 Intensity of PCFTV beams of topological charge $m=1$ with different beam order N at original plane

坦。由于它的这种独特的分布,可以预见 PCFTV 光束可以捕获不同折射率的瑞利粒子。

图2描述了在焦平面处,PCFTV 光束随光束阶数 N (图(a))和相关长度 σ_0 (图(b))的变化。如图所

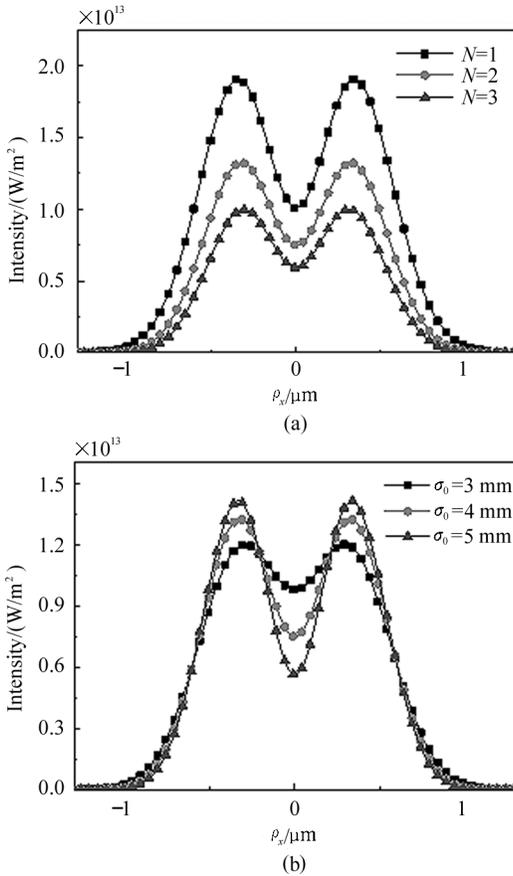


图2 当拓扑荷数 $m=1$ 时,PCFTV 光束在焦平面上的光强随(a) 光束阶数 N 和(b) 相关长度 σ_0 的变化

Fig.2 Intensity of the PCFTV beams of topological charge $m=1$ with different (a) beam order N and (b) correlation length σ_0 at the focal plane

示,随着光束阶数的减小以及相关长度的增加,光束强度的最大值增加,区域范围变大。

假设粒子为瑞利电介质球,粒子可以看做是点偶极子,采用瑞利散射理论进行分析。在这种情况下存在两种力,即散射力和梯度力。散射力可以表示为^[21]:

$$\mathbf{F}_{\text{Scat}} = e_z \frac{n_m \alpha}{c} I(\rho_x, \rho_y, z), \quad (11)$$

其中:

$$\alpha = \frac{128\pi^5 a^6}{3\lambda^4} \left(\frac{n_r^2 - 1}{n_r^2 + 2} \right)^2. \quad (12)$$

根据文献[21],梯度力可以表示为:

$$\mathbf{F}_{\text{Grad}} = \frac{2\pi n_m a^3}{c} \left(\frac{n_r^2 - 1}{n_r^2 + 2} \right) \nabla I(\rho_x, \rho_y, z). \quad (13)$$

式中, e_z 是沿着光束传播方向的单位矢量, $\lambda = \lambda_0 / \lambda_m$, c 是光在真空中的速度, $n_r = n_p / n_m$ 表示相对折射率, n_p 和 n_m 分别为球和媒质的折射率。可以看出, \mathbf{F}_{Grad} 和光强的梯度的方向一致,而 \mathbf{F}_{Scat} 与 e_z 的方向一致。

2 数值结果和分析

图3描述了聚焦 PCFTV 光束对瑞利粒子的横向梯度力、散射力和轴上纵向梯度力(分别见图3(a)–(c)), $a = 30 \text{ nm}$, $n_{p1} = 1.592$ (玻璃), $n_m = 1.332$ (水), $n_{p2} = 1$ (气泡)。辐射力的符号代表方向:正的 $\mathbf{F}_{\text{Grad},x}$ 或者 $\mathbf{F}_{\text{Grad},z}$ 表示梯度力沿着 $+x$ 或者 $+z$ 方向,正的 \mathbf{F}_{Scat} 表示散射力沿着 $+z$ 方向。从图3可以看出,纵向梯度力 $\mathbf{F}_{\text{Grad},z}$ 比散射力 \mathbf{F}_{Scat} 大,即高折射率的粒子被推向 z 轴。这里对于高折射率和低折射率粒子可以形成稳定的平衡点。从图3(a)–(c)可以看出,对于高折射率的粒子, $\mathbf{F}_{\text{Grad},x}$ 的方向指向焦平面的亮环处的点 $\rho_x = 0.324 \mu\text{m}$, 粒子被推向这个区域并在这个区域被捕获, $\mathbf{F}_{\text{Grad},z}$ 总是大于 \mathbf{F}_{Scat} ,

也就是说,高折射率的粒子沿着 z 轴被推向焦平面。所以,亮环形成了一个稳定的平衡区域,在这个区域中,高折射率的粒子可以在亮环处被牢固地捕获。从图 3(a)—(c)也可以看出,对于低折射率的粒子, $F_{\text{Grad},x}$ 指向焦点,纵向梯度力大于散射力,焦点是一个平衡点,可以用来捕获低折射率的粒子。聚焦 PCFTV 光束可以在焦点附近的不同位置处捕获两种折射率的粒子。

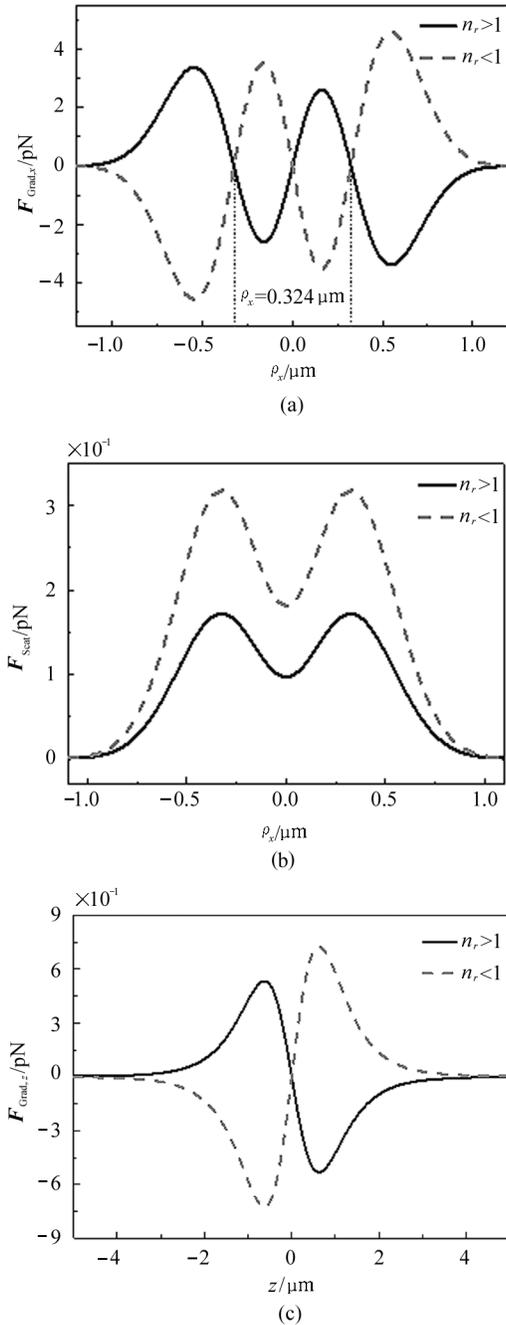
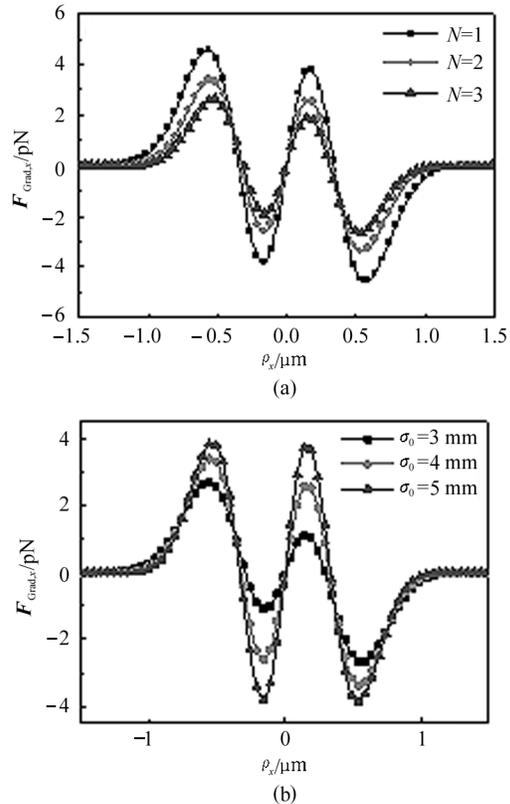


图 3 PCFTV 光束对高折射率和低折射率粒子的辐射力
Fig. 3 Radiation forces induced by a focused PCFTV beam on the refraction particles with high index and low index

图 4 呈现了不同的光束阶数 N 和相关长度 σ_0 时,PCFTV 光束对高折射率 ($n_r > 1$) 粒子的辐射力。由图可知,当光束阶数减小或者相关长度增大时, $F_{\text{Grad},x}$, F_{Scat} 和 $F_{\text{Grad},z}$ 增大,捕获的平衡区域增加,意味着在小的光束阶数和大的相关长度下,在亮环处更容易捕获高折射率的粒子。

图 5 是光束阶数和相关长度对 PCFTV 光束作用于低折射率 ($n_r < 1$) 粒子的辐射力的影响情况。从图 5 可以看出,通过减小光束阶数或者增大相关长度, $F_{\text{Grad},x}$, F_{Scat} 和 $F_{\text{Grad},z}$ 增大,而捕获范围会减小。因此,光束阶数越小或者相关长度越大,光束在焦点处捕获粒子的稳定性越高。

聚焦 PCFTV 光束产生的辐射力可以用于捕获不同折射率的瑞利粒子。通过瑞利近似,纵向梯度力应该大于散射力,以保证捕获稳定性,即满足 $R = |F_{\text{Grad},z}| / |F_{\text{Scat}}| \geq 1$,此处,比率 R 称为稳定性判据。由于小粒子经常受到环境的热波动造成的布朗运动的影响,为了捕获粒子,梯度力应该大于布朗运动力,后者定义为^[20]: $|F_B| = (12\pi\kappa a k_B T)^{1/2}$,这里, κ 为在 $T = 300$ K 时的介质粘度, k_B 是玻尔兹曼常数, a 是粒子的直径。经过计算,可到布朗力为 $F_B = 1.936 \times 10^{-3}$ pN,远小于在模拟中得到的梯度力和散射力,所以,布朗力对 PCFTV 光束捕获粒子不会造成影响。



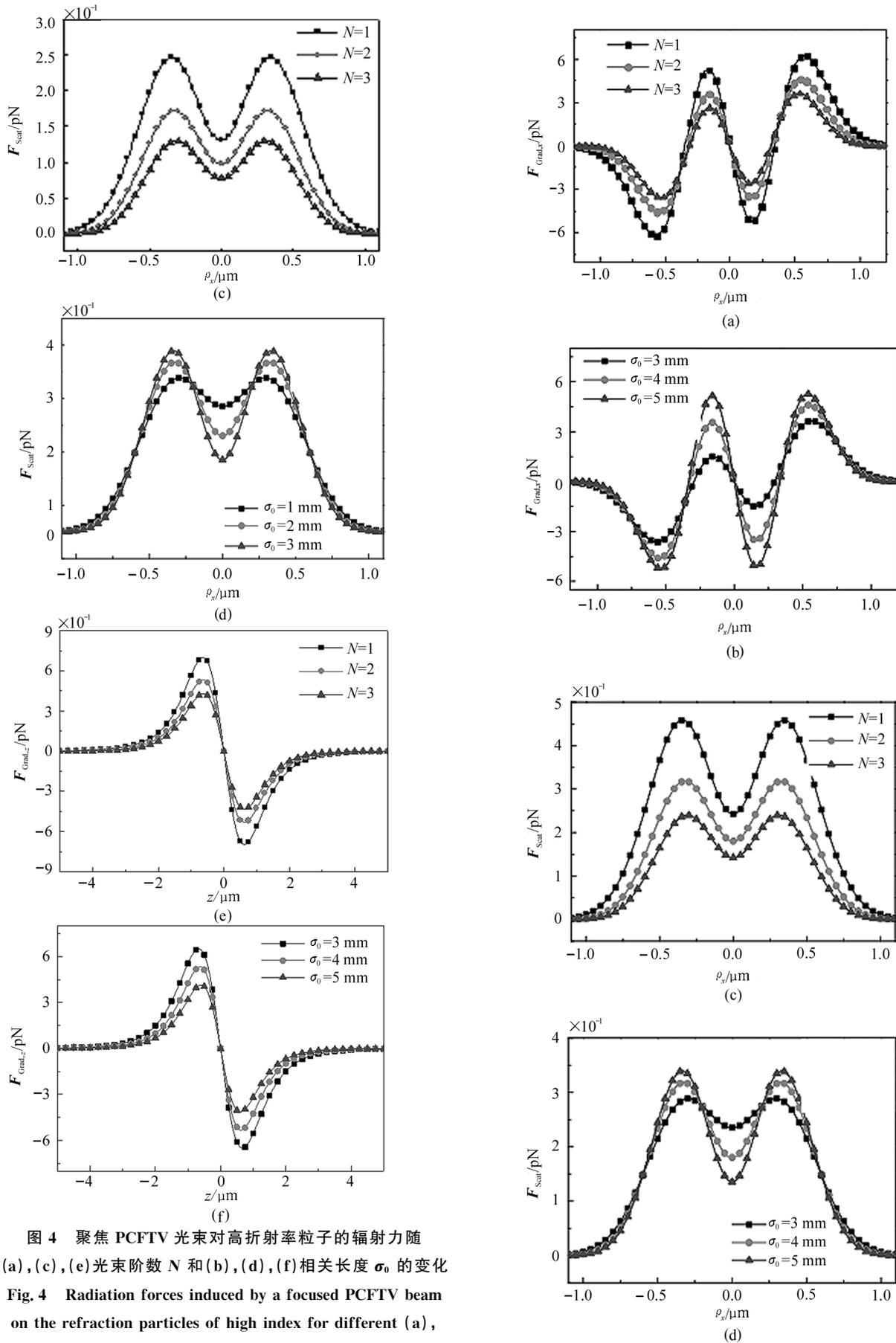


图4 聚焦PCFTV光束对高折射率粒子的辐射力随
 (a), (c), (e)光束阶数 N 和 (b), (d), (f) 相关长度 σ_0 的变化
 Fig. 4 Radiation forces induced by a focused PCFTV beam
 on the refraction particles of high index for different (a),
 (c), (e) beam order N and (b), (d), (f) correlation length σ_0

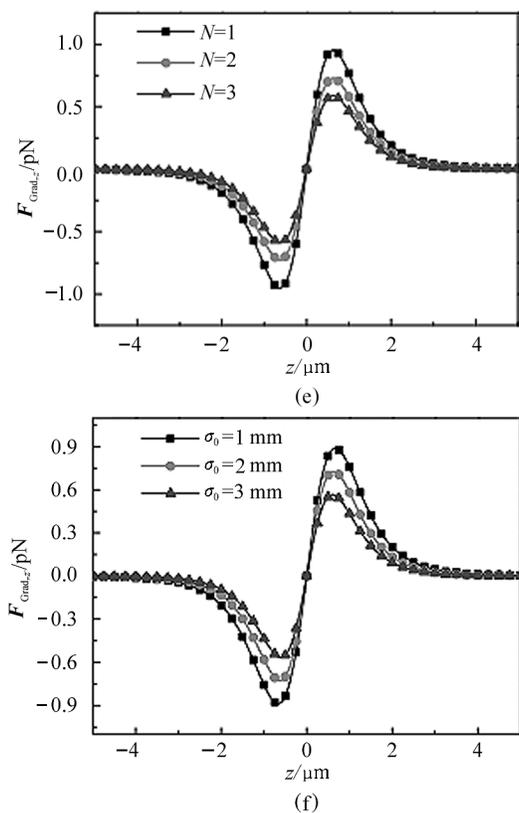


图5 (a),(c),(e) 光束阶数 N 和(b),(d),(f) 相关长度 σ_0 的变化对聚焦 PCFTV 光束作用于低折射率粒子的辐射力

Fig.5 Effects of different (a),(c),(e) beam order N and (b),(d),(f) correlation length σ_0 on the radiation forces induced by a focused PCFTV beam on the refraction particles with low index

3 结论

本文推导了 PCFTV 光束对不同折射率的瑞利电介质球的辐射力公式,分析了光束阶数和相关长度对辐射力的影响。结果表明,聚焦 PCFTV 光束可以在焦点处捕获高折射率和低折射率的粒子。当光束阶数减小或者相关长度增大时,光束捕获粒子的稳定性增加。所得结果希望对 PCFTV 光束应用于光学操纵中捕获粒子的稳定性研究有一定的理论意义。

参考文献:

[1] FAZAL F M, BLOCK S M. Optical tweezers study life under tension[J]. Nature Photonics, 2011, 5(6): 318-321.
 [2] YANNOPAPAS V, PASPALAKIS E. Electrodynamic multiple-scattering method for the simulation of optical trapping atop periodic metamaterials[J]. Journal of Modern

Optics, 2018, 65(13): 1507-1514.

- [3] ZHANG P, ZHANG Z, PRAKASH J, et al. Trapping and transporting aerosols with a single optical bottle beam generated by moiré techniques[J]. Optics Letters, 2011, 36(8): 1491-1493.
 [4] AMBROSIO L A, DE MATOS FERREIRA M. Time-average forces over Rayleigh particles by superposition of equal-frequency arbitrary-order Bessel beams[J]. Journal of the Optical Society of America B, 2015, 32(5): B67-B74.
 [5] ZHOU Y, XU H F, YUAN Y, et al. Trapping two types of particles using a Laguerre - Gaussian correlated Schell-model beam[J]. IEEE Photonics Journal, 2016, 8(5): 1-10.
 [6] YU H, SHE W. Radiation torques exerted on a sphere by focused Laguerre-Gaussian beams[J]. Physical Review A, 2015, 92(2): 023844.
 [7] WANG W Q, ZHANG H H, LI J H, et al. Trapping two types of particles using a focused Hermite-Gaussian beams[J]. Journal of Optoelectronics • Laser, 2019, 30(2): 208-214.
 王文琦, 张行行, 李晋红, 等. 聚焦厄米-高斯光束对两种粒子的捕获[J]. 光电子 • 激光, 2019, 30(2): 208-214.
 [8] EYYUBOLGU H T, ARPALI C, BAYKAL Y. Flat topped beams and their characteristics in turbulent media[J]. Optics Express, 2006, 14(10): 4196-4207.
 [9] BAYKAL Y, EYYUBOLGU H T. Scintillation index of flat-topped Gaussian beams[J]. Applied Optics, 2006, 45(16): 3793-3797.
 [10] NISHI N, JITSUNO T, TSUBAKIMOTO K, et al. Two-dimensional multi-lens array with circular aperture spherical lens for flat-top irradiation of inertial confinement fusion target[J]. Optical Review, 2000, 7(3): 216-220.
 [11] WANG W, WANG P X, HO Y K, et al. Field description and electron acceleration of focused flattened Gaussian laser beams[J]. Europhysics Letters (EPL), 2006, 73(2): 211-217.
 [12] LI Y. Light beams with flat-topped profiles[J]. Optics Letters, 2002, 27(12): 1007-1009.
 [13] LI Y. New expressions for flat-topped light beams[J]. Optics Communications, 2002, 206(4): 225-234.
 [14] TOVAR A A. Propagation of flat-topped multi-Gaussian laser beams[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2001, 18(8): 1897-1904.
 [15] GE D, CAI Y, LIN Q. Partially coherent flat-topped beam

and its propagation[J]. Applied Optics, 2004, 43(24): 4732-4738.

- [16] WANG F, CAI Y. Experimental generation of a partially coherent flat-topped beam[J]. Optics Letters, 2008, 33(16):1795-1797.
- [17] LI J, LV B. Composite coherence vortices in superimposed partially coherent vortex beams and their propagation through atmospheric turbulence[J]. Journal of Optics A: Pure and Applied Optics, 2009, 11(7):075401.
- [18] FLOSSMANN F, SCHWARZ U T, MAIER M. Propagation dynamics of optical vortices in Laguerre-Gaussian beams [J]. Optics Communications, 2005, 250(4):218-230.
- [19] ZAHID M, ZUBAIRY M S. Directionality of partially coherent Bessel-Gauss beams [J]. Optics Communications, 1989, 70(5):361-364.
- [20] OKAMOTO K, KAWATA S. Radiation force exerted on subwavelength particles near a nanoaperture[J]. Physical Review Letters, 1999, 83(22):4534-4537.
- [21] HARADA Y, ASAKURA T. Radiation forces on a dielectric sphere in the Rayleigh scattering regime[J]. Optics Communications, 1996, 124(5):529-541.

作者简介:

索强波 (1989—),男,博士,讲师,主要从事激光束在介质中传输方面的研究.